

# حل مسأله سینماتیک معکوس در رباتهای افزونه با استفاده از اتوماتاهای یادگیر

سید علیرضا متولیان محمدرضا میبیدی سعید شیری

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تهران ایران

(motevalian, meybodi, shiry)@ce.aut.ac.ir

شدن ساختار رباتها و افزایش درجات آزادی آنها و همچنین اعمال محدودیتهای فیزیکی بیشتر بر روی فضای کاری ربات و نحوه حرکت آن، استفاده از روشهای عددی رایج بسیار مشکل و پیچیده می شود.

رباتهای افزونه<sup>۱</sup> رباتهایی هستند که تعداد درجات آزادی آنها بیشتر از حداقل لازم، برای پوشش فضای کاری آنهاست. مثلاً برای قرار دادن نوک ابزار در یک نقطه معین از یک فضای کاری ۳ بعدی، ۳ درجه آزادی و برای تعیین جهت آن علاوه بر موقعیت، ۶ درجه آزادی کافی می باشد. بنابراین برای مورد اول، رباتهای دارای بیش از ۳ اتصال و برای مورد دوم رباتهای دارای بیش از ۶ اتصال افزونه هستند. این اتصالات اضافی انعطاف پذیری بیشتری را به ربات داده و وجود چندین پاسخ برای سینماتیک معکوس آنها، امکان در نظر گرفتن معیارهای دیگر مانند جلوگیری از برخورد با موانع، میزان تغییر اتصالات و میزان انرژی مصرفی را برای کمینه نمودن هزینه فراهم می نماید. اما از سوی دیگر وجود اتصالات زیاد در این رباتها، یافتن پاسخهای سینماتیک معکوس آنها را بسیار مشکل می سازد. در حقیقت، مسأله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه، در زمره مسایل بهینه سازی پیچیده می باشد که یافتن نقطه بهینه آن توسط الگوریتمهای تکراری و عددی رایج مانند کاهش گرادیان، به علت وجود پاسخهای نامطلوب زیاد - در اثر اعمال قیود و معیارهای متعدد در تعریف مسأله - ممکن نمی باشد. به همین منظور، راهحلهایی مبتنی بر روشهای مکاشفه ای مختلف مطرح گردیده است که مهمترین این روشها شبکه های عصبی و الگوریتمهای ژنتیکی می باشند.

اغلب روشهای مبتنی بر شبکه های عصبی از شبکه های انتشار خطا به عقب (BP) و یادگیری با نظارت استفاده کرده اند [4][5][9][10]. در دسته اول از این روشها سعی شده است تا با ورود مختصات فضایی تعدادی نقطه به عنوان خروجی های مطلوب شبکه، و نیز مقدار متغیرهای

**چکیده:** هدف از حل مسأله سینماتیک معکوس تعیین مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات میباشد. جز برای انواع خاصی از رباتها، مسأله سینماتیک معکوس با روشهای تحلیلی و ریاضی قابل حل نیست و به همین علت روشهای عددی گوناگونی برای حل آن ارائه شده است. در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر *اتوماتاهای یادگیر* برای حل مسأله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه پیشنهاد میشود. الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه ای از اتوماتاهای یادگیر، تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می آید و در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده در مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می شود. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که با انتخاب صحیح پارامترها، این الگوریتم می تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. الگوریتم پیشنهادی با یک الگوریتم ژنتیکی که یکی از بهترین الگوریتمهای گزارش شده برای این منظور است، مقایسه می شود.

**کلمات کلیدی:** اتوماتاهای یادگیر، رباتیک، ربات افزونه، سینماتیک معکوس

## ۱- مقدمه

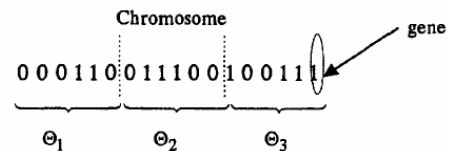
مسأله سینماتیک معکوس<sup>۱</sup> [2] که عبارتست از تعیین مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات، یکی از مهمترین مسایل مطرح در طراحی رباتها می باشد. متأسفانه جز برای انواع خاصی از رباتها، مسأله سینماتیک معکوس با روشهای تحلیلی و ریاضی قابل حل نیست و به همین علت روشهای عددی گوناگونی برای حل آن ارائه شده است. البته با پیچیده تر

<sup>2</sup> Redundant Robots

<sup>1</sup> Inverse Kinematics Problem

اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار در این نقاط، شبکه بگونه‌ای مورد آموزش قرار بگیرد که خطای آن از حد معینی کمتر باشد [4]. دسته دوم روشهای مبتنی بر شبکه BP، از شبکه‌های BP معکوس<sup>3</sup> استفاده می‌کند. در این شبکه‌ها، پس از اعمال یک ورودی و محاسبه خطای ایجاد شده در خروجی، براساس خطای بدست آمده علاوه بر وزنها، ورودی نیز بروز رسانی می‌گردد. در این شبکه‌ها، فضای جواب همان فضای ورودیهاست و هدف یادگیری بهترین ورودی می‌باشد. در [10]، از این شبکه‌های معکوس برای یادگیری مقادیر اتصالات استفاده شده است. علاوه بر روشهای فوق، شبکه‌های هاپفیلد هم به عنوان یک ابزار بهینه‌سازی، برای حل مسأله سینماتیک معکوس بکار رفته‌اند. در [3]، از شبکه هاپفیلد برای تخمین شبه‌معکوس<sup>4</sup> ماتریس ژاکوبین استفاده شده است.

در روشهای مبتنی بر الگوریتمهای ژنتیکی، از منظری دیگر با مسأله سینماتیک معکوس برخورد شده است. در این روشها مسأله سینماتیک معکوس بصورت یک مسأله بهینه‌سازی تعریف شده و سپس با یک الگوریتم ژنتیکی پاسخ نزدیک به بهینه برای آن بدست می‌آید [1][7][8]. در این روشها، ابتدا فضای مقادیر هر یک از متغیرهای اتصالات به مقادیر گسسته‌ای تبدیل می‌شود. سپس این مقادیر، بصورت باینری درآمده و از کنار هم گذاردن این مقادیر باینری رشته کروموزومهای الگوریتم ژنتیکی بدست می‌آید (شکل ۱).



شکل ۱) یک کروموزوم

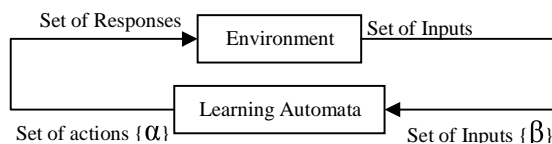
در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل مسأله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه پیشنهاد می‌شود. الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر، تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می‌آید و در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده در مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با انتخاب صحیح پارامترها، این الگوریتم می‌تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. الگوریتم پیشنهادی با یک الگوریتم ژنتیکی که یکی از بهترین الگوریتمهای گزارش شده برای حل این مسأله است مقایسه می‌شود.

ادامه گزارش بدین صورت سازماندهی شده است. در بخش ۲ به معرفی اجمالی اتوماتاهای یادگیر می‌پردازیم. بخش ۳ الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازیها در بخش ۴ آمده است و بخش نهایی نتیجه‌گیری می‌باشد.

## ۲- اتوماتاهای یادگیر<sup>۵</sup>

یک اتوماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که تعداد محدودی عمل را می‌تواند انجام دهد. هر عمل انتخاب شده توسط محیطی احتمالی ارزیابی می‌گردد و پاسخی به اتوماتای یادگیر داده می‌شود. اتوماتای یادگیر از این پاسخ استفاده نموده و عمل خود را برای مرحله بعد انتخاب می‌کند. اتوماتاهای یادگیر به دو دسته عمده اتوماتای یادگیر با ساختار ثابت و اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر تقسیم می‌شوند.

**محیط:** محیط را می‌توان توسط سه تایی  $E \equiv \{\alpha, \beta, c\}$  تعریف نمود که در آن  $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  مجموعه ورودیها،  $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\}$  مجموعه خروجیها و  $c \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$  مجموعه احتمالهای جریمه شدن می‌باشد. هرگاه  $\beta_i$  دو مقداری باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی  $\beta_i = 1$  به عنوان جریمه و  $\beta_i = 0$  به عنوان پاداش در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q،  $\beta_i(n)$  می‌تواند بطور گسسته یکی از مقادیر محدود در فاصله  $[0, 1]$  را اختیار کند و در محیط از نوع S،  $\beta_i(n)$  متغیر تصادفی در فاصله  $[0, 1]$  است، یعنی  $\beta_i(n) \in [0, 1]$ .



شکل ۲) ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط

$c_i$  احتمال اینکه عمل  $\alpha_i$  نتیجه نامطلوب داشته باشد، می‌باشد. در یک محیط پایدار مقادیر  $c_i$  بدون تغییر باقی می‌ماند. حال آنکه در یک محیط ناپایدار این مقادیر در طی زمان تغییر می‌کنند. شکل ۲ ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط را نشان می‌دهد.

اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر: اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر توسط ۵ تایی  $LA \equiv \{\alpha, \beta, p, T, c\}$  که در آن  $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  مجموعه عملهای اتوماتا،  $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\}$  مجموعه ورودیهای اتوماتا،  $p \equiv \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$  بردار احتمال انتخاب عمل،

<sup>5</sup> Learning Automata (LA)

<sup>3</sup> Inverted BP Neural Networks

<sup>4</sup> Pseudo-Inverse

می‌شود. الگوریتم در مرحله اول از یک مجموعه از اتوماتاهای یادگیر استفاده می‌کند. در این مجموعه، به تعداد اتصالات ربات، اتوماتای یادگیر وجود دارد. هر اتوماتای یادگیر برای یکی از متغیرهای مربوط به یکی از اتصالات در نظر گرفته شده است و عملهای آن برابر مقادیری است که این متغیر ممکن است اختیار کند. در این الگوریتم، فرض بر اینست که فضای مقادیر متغیرهای اتصالات، گسسته و تعداد مقادیر ممکن برای هر متغیر محدود می‌باشد. فرض گسسته بودن، بخصوص در کنترل‌های دیجیتال که اساساً با مقادیر گسسته سروکار دارند کاملاً منطقی و مفید است. علاوه بر این، بدون از دست دادن کلیت مسأله، فرض می‌کنیم اتصالات ربات همگی چرخشی<sup>۶</sup> می‌باشند.

عملکرد مرحله اول الگوریتم بدین شرح است: در ابتدا با استفاده از تابع سینماتیک مستقیم، ربات محل جاری نوک ابزار را بدست آورده و فاصله اقلیدسی آن تا نقطه مقصد (نقطه‌ای که می‌خواهیم نوک ابزار در آنجا قرار بگیرد) را محاسبه می‌کند. با نرمال‌سازی این فاصله (تبدیل مقیاس به محدوده [0,1])، یک سیگنال امتیازدهی محاسبه و به تمامی LAها داده می‌شود. هر اتوماتای یادگیر با استفاده از این سیگنال، بردار احتمال عمل خود را بروز نموده و سپس عمل دیگری (براساس بردار احتمال عمل) را انتخاب می‌نماید. این عمل بروزرسانی، انتخاب عمل و تعیین امتیاز آنقدر تکرار می‌شود تا فاصله میان نوک ابزار و نقطه مقصد از یک حد آستانه از پیش تعیین شده کمتر گشته و یا تعداد تکرارها از حد معینی فراتر رود که در این صورت مرحله اول الگوریتم همگرا نشده است. ممکن است در نظر اول این الگوریتم کامل بنظر برسد و انتظار داشته باشیم به علت این طراحی خاص سیگنال امتیازدهی - بگونه‌ای که هرچه نوک ابزار به نقطه مقصد نزدیک‌تر باشد پاداش بیشتری (سیگنال نزدیک‌تر به صفر) داده شود - اتوماتاهای یادگیر سعی خواهند نمود این فاصله را به حداقل رسانند (پاداش مجموع را بیشینه کنند). اما باید توجه داشت که در این الگوریتم، تعداد عملهای LAها می‌تواند بسیار زیاد (با فرض قابلیت چرخش ۳۶۰ درجه اتصالات و دقت 0.1mm، تا ۳۶۱۰ عمل) شود و زیاد بودن تعداد عملها، مانع از رسیدن به پاسخ بهینه سراسری گشته و همگرایی الگوریتم را بسیار ضعیف می‌کند. دو مرحله‌ای بودن الگوریتم برای رفع همین مشکل بوده است. در مرحله اول، ابتدا دقت<sup>۷</sup> فضا مقادیر اتصالات و حدآستانه الگوریتم را تا حدی کاهش می‌دهیم. این امر منجر به کاهش تعداد عملهای LAها تا حد مناسبی می‌شود. مثلاً بجای در نظر گرفتن دقت ۰/۱ درجه، دقت را تا ۱۰ درجه کاهش می‌دهیم که در این صورت تعداد عملهای هر LA حداکثر ۳۷

الگوریتم یادگیری و  $T \equiv p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$  مجموعه احتمالاتی جریمه شدن می‌باشند. هرگاه  $c \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$  مجموعه دو عضوی باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی  $\beta_1 = 0$  به عنوان پاداش و  $\beta_2 = 1$  به عنوان جریمه در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q،  $\beta(n)$  می‌تواند به طور گسسته یک مقدار از مقادیر محدود در فاصله [0,1] و در محیط از نوع S،  $\beta(n)$  متغیر تصادفی در فاصله [0,1] است. در این نوع از اتوماتاهای اگر عمل  $\alpha_i$  در مرحله nام انتخاب شود و پاسخ مطلوب از محیط دریافت نماید، احتمال  $p_i(n)$  افزایش و سایر احتمالات کاهش می‌یابند. برای پاسخ نامطلوب  $p_i(n)$  کاهش و سایر احتمالات افزایش می‌یابند. در هر حال، تغییرات بگونه‌ای صورت می‌پذیرد که حاصل جمع  $p_i(n)$  ها همواره ثابت و مساوی یک باقی بماند. الگوریتم زیر یک نمونه از الگوریتم‌های یادگیری خطی در محیط نوع P می‌باشد:

الف- پاسخ مطلوب:

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a[1 - p_i(n)]$$

$$p_j(n+1) = (1-a)p_j(n) \quad \forall j, j \neq i$$

ب- پاسخ نامطلوب:

$$p_i(n+1) = (1-b)p_i(n)$$

$$p_j(n+1) = \frac{b}{r-1} + (1-b)p_j(n) \quad \forall j, j \neq i$$

در روابط فوق،  $a$  پارامتر پاداش و  $b$  پارامتر جریمه می‌باشد. با توجه به مقادیر  $a$  و  $b$  سه حالت را می‌توان در نظر گرفت. اگر  $a$  و  $b$  با هم برابر باشند، الگوریتم را  $L_{RP}$ ، چنانچه  $b$  از  $a$  خیلی کوچکتر باشد، الگوریتم را  $L_{REP}$  و اگر  $b$  صفر باشد، الگوریتم را  $L_{RI}$  می‌گویند. الگوریتم یادگیری فوق را می‌توان به محیط نوع S که در آن پاسخ محیط،  $\beta(n)$ ، مقداری پیوسته است، تعمیم داد. الگوریتم یادگیری زیر الگوریتم یادگیری  $L_{RI}$  در محیط  $(SLRI)S$  می‌باشد:

$$p_i(n+1) = p_i(n) - a(1 - \beta(n))p_i(n) \quad \alpha(n) \neq \alpha_i$$

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a(1 - \beta(n)) \sum_{j \neq i} p_j(n) \quad \alpha(n) = \alpha_i$$

برای اطلاعات بیشتر در باره اتوماتاهای یادگیر می‌توان به [6]

مراجعه کرد.

### ۳- الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می‌آید. در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده از مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه

<sup>6</sup> Revolute

<sup>7</sup> Precision

خواهد بود. سپس الگوریتم اشاره شده در بالا را با این حدآستانه و دقت اجرا کرده و در طول اجرا بهترین جواب بدست آمده را ذخیره می‌کنیم. در مرحله دوم، از یک مجموعه اتوماتای یادگیر دیگر استفاده کرده و سعی می‌کنیم فاصله نوک ابزار بدست آمده در مرحله اول را تا نقطه مقصد کاهش دهیم. در این مرحله، برخلاف مرحله اول، عملهای LAها برابر مقادیر متغیرهای اتصالات نمی‌باشد. بلکه هر عمل معادل یک تغییر مقدار برای متغیر اتصال مربوطه نسبت به مقدار بدست آمده در مرحله اول می‌باشد. تعداد عملهای هر LA در اینجا برابر است با دقت در نظر گرفته شده در مرحله اول، تقسیم بر دقت نهایی مورد نظر. به عنوان نمونه برای مثال فوق، تعداد عملها ۱۰۰ خواهد بود. در حقیقت، در مرحله دوم، سعی می‌کنیم با ایجاد یک تغییر مکان در نوک ابزار- نسبت به مکان بدست آمده در مرحله اول- به نقطه مقصد نزدیک‌تر شویم. در ادامه به شرح دقیق‌تر مراحل اول و دوم الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم.

```

For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
   $r_i = \text{ceiling}(\frac{\text{precision}}{0.1})$ 
End For
RandomInit( $\Delta\Theta$ )
 $\Delta\Theta_{best} = \Delta\Theta$ 
 $\text{tooltip} = f(\Theta_{best} + \Delta\Theta)$  //Forward Kinematics Function.
 $\text{curDist} = \text{Distance}(\text{tooltip}, \text{destination})$ 
 $\text{minDist} = \text{curDist}$ 
 $n = 1$ 
While ( $n \leq \text{MaxIteration}$  And  $\text{curDist} > \tau_2$ )
  For Each LA  $A_i$  in OSCLA do in Parallel
    Choose Action  $\Delta\theta(n)$  according to  $\underline{p}(n)$ 
  End For
   $\text{tooltip} = f(\Theta_{best} + \Delta\Theta)$ 
   $\text{curDist} = \text{Distance}(\text{tooltip}, \text{destination})$ 
  If  $\text{curDist} < \text{minDist}$  Then
     $\Delta\Theta_{best} = \Delta\Theta$ 
  End If
   $\beta(n) = \min(1, \frac{\text{curDistance}}{k \times \text{totalLength}})$ 
  For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
     $p_{i\theta_i(n)}(n) = p_{i\theta_i(n)}(n) + a(1 - \beta(n))(1 - p_{i\theta_i(n)}(n))$ 
    For Each  $j \neq \theta_i(n)$  in  $\alpha_i$  do in Parallel
       $p_{ij}(n) = p_{ij}(n) - a(1 - \beta(n))p_{ij}(n)$ 
    End For
  End For
End While
Output  $\Theta_{best} + \Delta\Theta_{best}$  as the final Result

```

شکل ۴) شبه کد مرحله دوم الگوریتم پیشنهادی

مرحله دوم الگوریتم همانند مرحله اول الگوریتم از  $m$  اتوماتای یادگیر استفاده می‌کند با این تفاوت که مقادیر انتخاب شده توسط LAها بیانگر تغییرات مقادیر متغیرها نسبت به مقادیر بدست آمده در مرحله اول ( $\Theta_{best}$ ) هستند. شکل ۴ شبه کد این مرحله را نشان می‌دهد. در این

شکل ۳) شبه کد مرحله اول الگوریتم پیشنهادی

```

For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
   $r_i = \text{ceiling}(\frac{U_i - L_i}{\text{precision}})$ 
End For
RandomInit( $\Theta$ )
 $\Theta_{best} = \Theta$ 
 $\text{tooltip} = f(\Theta)$  //Forward Kinematics Function.
 $\text{curDist} = \text{Distance}(\text{tooltip}, \text{destination})$ 
 $\text{minDist} = \text{curDist}$ 
 $n = 1$ 
While ( $n \leq \text{MaxIteration}$  And  $\text{curDist} > \tau_1$ )
  For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
    Choose Action  $\theta(n)$  according to  $\underline{p}(n)$ 
  End For
   $\text{tooltip} = f(\Theta)$ 
   $\text{curDist} = \text{Distance}(\text{tooltip}, \text{destination})$ 
  If  $\text{curDist} < \text{minDist}$  Then
     $\Theta_{best} = \Theta$ 
  End If
   $\beta(n) = \frac{\text{curDist}}{\text{totalRobotLength} + \text{Distance}(\text{destination}, [000]^T)}$ 
  For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
     $p_{i\theta_i(n)}(n) = p_{i\theta_i(n)}(n) + a(1 - \beta(n))(1 - p_{i\theta_i(n)}(n))$ 
    For Each  $j$  in  $\alpha_i$  do in Parallel
       $p_{ij}(n) = p_{ij}(n) - a(1 - \beta(n))p_{ij}(n)$ 
    End For
  End For
End While

```

فرض کنید  $m$  تعداد اتصالات‌های ربات،  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$  مجموعه متغیرهای اتصالات،  $r_i$  تعداد مقادیر ممکن برای اتصال  $i$ ام و  $\alpha_i = \{\alpha_{ij(i)} \mid j(i) = 1, \dots, r_i\}$  مجموعه مقادیر ممکن و  $U_i$  و  $L_i$  برترتیب حدود پایین و بالای محدوده مقادیر ممکن برای متغیر  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) باشند. در این صورت مجموعه اتوماتاهای یادگیر

شده است. در این گزارش، برای بررسی کارایی الگوریتم از داده‌های آزمایشی جدول ۱ استفاده شده است [8].

جدول ۱) داده‌های آزمایشی

نقطه ۲	نقطه ۱	نقاط مقصد (mm)
-۲۵/۴	۶۸۵/۸	X
۳۵۵/۶	۱۵۲/۴	Y
۶۳۵/۰	۶۶۰/۴	Z

جدول ۲ نتیجه اجرای الگوریتم را بر روی داده‌های آزمایشی به ازاء مقادیر مختلف پارامتر دقت (*precision*) نشان می‌دهد. هر یک از مقادیر گزارش شده در این جدول متوسط خطای ۲۰ اجرای الگوریتم به ازاء مقدار معینی از پارامتر دقت می‌باشد. همانطور که در این جدول نشان داده شده است کمترین خطا برای هر دو نقطه نمونه به ازاء دقت ۴ بدست آمده است و همچنین میانگین خطا برای نمونه دوم نیز به ازاء همین مقدار دقت، کمینه می‌باشد. با مشاهده نمودارهای ۱ و ۲ که تغییرات خطا را نسبت به تغییرات پارامتر دقت نشان می‌دهد می‌توان گفت، برای مسأله در نظر گرفته شده، مقدار مطلوب برای پارامتر دقت ۴ می‌باشد. آنچه که از مشاهده نتایج در جدول ۲ می‌توان نتیجه گرفت این است که با کاهش زیاد دقت، جوابهای بدست آمده در مرحله اول آنقدر از نقطه مقصد دور می‌شوند که مرحله دوم الگوریتم نمی‌تواند کمکی به یافتن پاسخهای قابل قبول بنماید و خطای بالایی ایجاد می‌شود. از سوی دیگر با بالا بردن بیش از حد دقت، فضای جستجوی بسیار بزرگ می‌شود و مرحله اول الگوریتم در کمینه‌های محلی گیر می‌افتد و پاسخ بدست آمده آنقدر دور از مقصد خواهد بود که مرحله دوم الگوریتم قادر به یافتن جواب مطلوب نمی‌باشد. اما با تنظیم مناسب پارامتر دقت، الگوریتم در مرحله اول به نزدیکی مقصد رسیده و در مرحله دوم نیز بخوبی فاصله باقیمانده را کاهش می‌دهد.

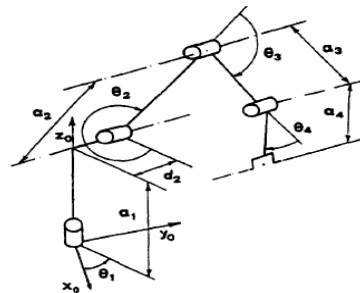
جدول ۲) متوسط و کمترین خطای بدست آمده برحسب میلیمتر برای دو نقطه نمونه به ازاء مقادیر مختلف دقت

دقت الگوریتم		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
نمونه ۱	کمترین خطا	۸/۵۱	۱۰/۳	۱۰/۶	۳۸/۲	۹/۹	۱۲/۹	۴/۳	۲۳/۲	۱۶/۱	۴/۸
	متوسط خطا	۲۰/۳	۲۱/۱	۲۷/۰	۴۲/۹	۲۴/۸	۲۰/۶	۲۰/۰	۲۶/۸	۲۲/۹	۱۰/۳
نمونه ۲	کمترین خطا	۶/۰	۳/۳	۳/۲	۳/۱	۹/۹	۱۱/۲	۴/۳	۱۰/۸	۱۰/۸	۴/۸
	متوسط خطا	۱۸/۲	۸/۸	۱۲/۷	۱۱/۳	۱۷/۴	۱۸/۰	۱۷/۰	۲۰/۷	۱۹/۰	۹/۸
نمونه ۱	کمترین خطا	۱۲/۵	۱۷/۴	۱۰/۲	۵/۶	۷/۸	۶/۶	۱۳/۰	۲۶/۲	۱۴/۰	۲۰/۳
	متوسط خطا	۲۲/۸	۲۴/۲	۲۶/۰	۹/۵	۲۳/۰	۲۵/۰	۲۴/۱	۳۴/۰	۲۲/۵	۲۸/۶
نمونه ۲	کمترین خطا	۶/۶	۴/۶	۶/۸	۲/۷	۵/۸	۶/۶	۴/۸	۸/۵	۴/۵	۱۴/۶
	متوسط خطا	۱۸/۵	۹/۳	۱۳/۷	۸/۶	۱۵/۳	۱۶/۱	۱۵/۷	۲۰/۴	۲۰/۳	۲۵/۹

مرحله، امتیاز LAها از رابطه  $\beta(n) = \min(1, \frac{curDist}{k * totalRobotLength})$  بدست آمده است که در آن پارامتری است که با آزمون و خطا بگونه‌ای تعیین می‌شود که مقادیر  $\frac{curDist}{k * totalRobotLength}$  به ازاء *curDist*های مختلف تقریباً بطور یکنواختی در محدوده [۰,۱] توزیع شوند.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به بررسی نتایج بدست آمده از اجرای الگوریتم بر روی یک ربات نمونه که در [8] گزارش شده است می‌پردازیم. این ربات که در شکل ۵ نشان داده شده است دارای ۴ اتصال چرخشی می‌باشد. چون برای قرار دادن نوک ابزار در هر نقطه دلخواهی از فضا (بدون در نظر گرفتن جهت آن) فقط به ۳ اتصال چرخشی نیاز می‌باشد، این ربات یک ربات افزونه است. پارامترهای سینماتیکی (غیر صفر) این ربات و نیز محدوده مقادیر ممکن برای هر متغیر اتصال در شکل ۵ مشخص شده‌اند.



$a_1=660,4mm$   
 $a_2=431,8mm$   
 $d_2=149,1mm$   
 $a_3=254,0mm$   
 $a_4=196,85mm$

$\theta_1 \in [-160^\circ, \dots, 160^\circ]$   
 $\theta_2 \in [-225^\circ, \dots, 45^\circ]$   
 $\theta_3 \in [-45^\circ, \dots, 225^\circ]$   
 $\theta_4 \in [-45^\circ, \dots, 225^\circ]$

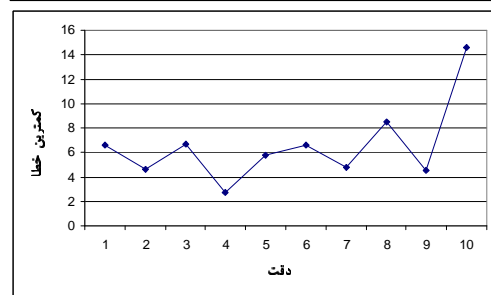
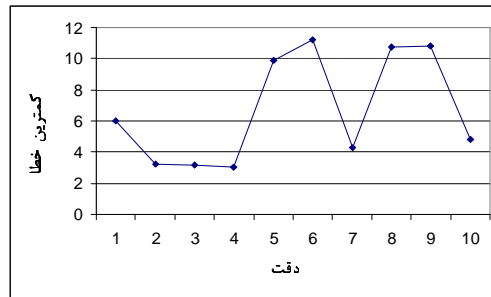
شکل ۵) ربات افزونه نمونه با ۴ اتصال چرخشی

در شبیه‌سازیهای انجام گرفته، از اتوماتاهای یادگیر S-L<sub>RI</sub> با نرخ یادگیری ۰/۰۱ استفاده شده است. علاوه براین، مقادیر آستانه مراحل اول و دوم الگوریتم به ترتیب  $\tau_1 = 10mm$  و  $\tau_2 = 3mm$  در نظر گرفته

دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر تقریبی از مقادیر اتصالات ربات بدست می‌آید و در مرحله دوم با استفاده از این مقادیر تقریبی، مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می‌شود. نتایج شبیه‌سازیها نشان می‌دهد که با انتخاب صحیح پارامتر دقت، این الگوریتم می‌تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. یکی از مشکلات الگوریتم پیشنهادی پیدا کردن مقدار مطلوب پارامتر دقت از طریق آزمایش و خطا می‌باشد. امکان تنظیم خودکار پارامتر دقت توسط روشهای هوشمند (مانند اتوماتاهای یادگیر) و همچنین امکان استفاده از دقتهای متفاوت برای اتصالاتی متفاوت تحت مطالعه و بررسی می‌باشد.

#### ۷- مراجع

- [1] K. A. Buckley, S. H. Hopkins, B. C. H. Turton; "Solution of Inverse Kinematics Problems of a Highly Kinematically Redundant Manipulator using Genetic Algorithms"; *Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, p.p. 264-269, 1997.
- [2] J. J. Craig; "Introduction to Robotics: Mechanics and Control"; 2<sup>nd</sup> Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [3] J. Guo, V. Cherkassky; "A Solution to the Inverse Kinematic Problem in Robotics using Neural Network Processing"; *Proceeding of IEEE International joint Conference on Neural Networks*, vol 2, p.p. 299-304, 1989.
- [4] R. Koker, C. Oz, T. Cakar, H. Ekiz; "A Study of Neural Network based Inverse Kinematics Solution for a three-joint Robot"; *Robotics and Autonomous Systems*, vol 49, Issues 3-4, p.p. 227-234, 2004.
- [5] Y. Kuroe, Y. Nakai, T. Mori; " A New Neural Network Learning of Inverse Kinematics of Robot Manipulator"; *International Conference on Neural Networks*, vol V, p.p. 2715-2720, Orlando, Florida, 1994.
- [6] K. S. Narendra, M. A. L. Thathachar; "Learning automata: an introduction"; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [7] A. C. Nearchou; "Solving the Inverse Kinematics Problem of Redundant Robots operating in Complex Environments Via a Modified Genetic Algorithm"; 1997.
- [8] J. Parker, A. Khoogar, D. Goldberg; "Inverse Kinematics of Redundant Robots using Genetic Algorithms"; *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p 271, 1989.
- [9] F. Pourboghra; "Neural Networks for Learning Inverse-Kinematics of Redundant Manipulators"; 1990.
- [10] S. Tejomurtula, S. Kak; "Inverse Kinematics in Robotics using Neural Networks"; *Information Sciences*, 116, p.p. 147-164, 1990.



نمودار ۱) تغییرات خطای کمینه نسبت به تغییرات پارامتر دقت برای نقاط نمونه آزمایشی (نمودار بالا) و ۲) (نمودار پایین)

در جدول ۳ نتایج الگوریتم پیشنهادی با نتایج الگوریتم ژنتیکی گزارش شده در [8] مقایسه شده است. همانطور که در جدول آمده است الگوریتم پیشنهادی مقادیر کمینه بهتری در مقایسه با الگوریتم ژنتیکی پیدا می‌کند. برای نمونه دوم آزمایشی الگوریتم پیشنهادی خطایی تقریباً نزدیک به خطای الگوریتم ژنتیکی تولید می‌کند (حدود ۰/۵ میلی‌متر) اما برای نمونه اول آزمایشی خطا برای الگوریتم پیشنهادی بسیار کمتر از مقدار خطا برای الگوریتم ژنتیکی می‌باشد (حدود ۳/۶ میلی‌متر) ولی در عوض، متوسط خطا برای الگوریتم ژنتیکی کمتر است.

جدول ۳) مقایسه نتایج با الگوریتم ژنتیکی [8]

الگوریتم ژنتیکی	الگوریتم پیشنهادی	کمترین خطا (mm)	متوسط خطا (mm)	نمونه
6.7	3.1	6.7	3.1	۱
7.1	11.3	7.1	11.3	
2.2	2.7	2.2	2.7	۲
4.6	8.6	4.6	8.6	

#### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک الگوریتم مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل مسأله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه ارائه شد. الگوریتم پیشنهادی